

2019-2020 学年秋冬学期高等数学期中模拟考试

编辑：丹青学业指导中心

考试时间：2019 年 10 月 26 日

模拟期中考试须知：

欢迎大家参加由丹青学园学业指导中心举办的模拟期中考试。下面是考试须知。

1. 请将除答题必备工具外的物品放到讲台上，电子设备关机或静音。
2. 请对号入座，并将身份证或校园卡放在桌面左上角。
3. 本场考试持续两个小时，开考后迟到二十分钟及以上不得参加本次考试，考试进行三十分钟后方能交卷离开。
4. 开考信号发出后方可开始答题，考试终了信息发出后，应立即停止答题，离开考场。
5. 遵守考场纪律。

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 下列各对函数中，表示同一个函数的是（ ）

- A. $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ 与 $g(x) = x - 1$ B. $f(x) = \lg x^2$ 与 $g(x) = 2 \lg x$
C. $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ 与 $g(x) = \sin x$ D. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时，下列函数哪个是 x 的高阶无穷小？（ ）

- A. $\frac{\sin x}{x}$ B. $\ln(x+1)$
C. $1 - \cos x$ D. $(1+x)^{\frac{1}{2}}$

3. 若 $y = f(\sin x)$ ，则 $dy =$ （ ）

- A. $f'(\sin x) \sin x dx$ B. $f'(\sin x) \cos x dx$
C. $f'(\sin x) dx$ D. $f'(\sin x) d \cos x$

4. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可导，且 $f'(x) < 0, f(b) > 0$ ，则在 $[a, b]$ 上 $f(x)$ （ ）

- A. 恒大于零 B. 恒小于零
C. 恒等于零 D. 有正有负

5. 设函数 $f(x)$ 可导，且 $f(\frac{1}{x}) = x$ ，则导数 $f'(x) =$ （ ）

- A. $\frac{1}{x}$ B. $-\frac{1}{x}$
C. $\frac{1}{x^2}$ D. $-\frac{1}{x^2}$

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4x + a, & x < 2 \\ b, & x = 2 \\ x + 2, & x > 2 \end{cases}$ 在 $x = 2$ 处连续，则（ ）

- A. $a = 1, b = 4$ B. $a = 0, b = 4$
C. $a = 1, b = 5$ D. $a = 0, b = 5$

7. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $xy^3 = y - 1$ 所确定的隐函数，则导数 $y|_{x=0} =$ （ ）

- A.-1 B.0
C.1 D.2

8. 已知函数 $y = a \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$ (其中 a 为常数) 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 处取得极值, 则 $a = (\quad)$

- A.0 B.1
C.2 D.3

9. 下列函数中在给定的区间上满足罗尔定理条件的是 ()

- A. $f(x) = xe^{-x}, x \in [0, 1]$ B. $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$
C. $f(x) = \frac{4}{2x^4+3}, x \in [-1, 1]$ D. $f(x) = |x|, x \in [-1, 1]$

10. 设函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调减少 B. $f(x)$ 在 $(0, e)$ 内单调减少
C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加 D. $f(x)$ 在 $(0, e)$ 内单调增加

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 请在每小题的空格中填上正确答案. 错填、不填均无分.

1. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f[f(x)] =$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3+1}{6n^3-5n^2+3n} =$

3. 设有成本函数 $C(Q) = 100 + 400Q - Q^2$, 则当 $Q = 100$ 时, 其边际成本是

4. 函数 $f(x) = \sqrt{x} \ln x$ 在 $[1, e]$ 上的最大值是

5. 设当 $x \rightarrow +0$ 时, ax^2 与 $\tan \frac{x^2}{3}$ 为等价无穷小, 则 $a =$

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x =$

7. $\sqrt[3]{999}$ 的近似值为

8. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} & x > 0 \\ a+x & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则常数 $a =$

9. 设函数 $y = e^{3x} + 2\sqrt{x} + 2$, 则微分 $dy =$

10. 曲线 $y = e^{2x} - 1$ 在 $x=0$ 处的切线是

三、计算题 (本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 共 40 分)

1. 设函数 $y = \frac{1}{2} \ln(1 + e^{2x}) + e^{-x} \arctan e^x$, 求 y' .

2. 求函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$ 的单调区间与极值.

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x} - \frac{\ln(1+x)}{x^2}\right]$.

4. 证明当 $x < 0$ 时, $\arctan x + \frac{x^3}{3} < x$.

5. 设某厂生产收音机 Q 台时的总成本为 $C(Q) = 2000 + 10Q$ (元), 销售价格为 $P = 800 - Q$ (元), 假定产销平衡.

(1) 求利润函数 $L(Q)$;

(2) 问该厂生产多少台时可获得最大利润? 并求获得最大利润时的价格.

因为时间和人力原因我们不能统一批改试卷, 大家答题完毕后可把试卷带出考场。试卷分析将在之后发布在丹青学指的官方QQ和B站账号上, 请扫描下方二维码获取。



up主 丹青学指



学指菌QQ号

答题纸:

答题纸:

答题纸:

演算紙:

演算紙: