

# 2020-2021 学年秋冬学期高等数学期中模拟考试

命题、组织：丹青学业指导中心

模拟期中考试考试须知：

欢迎大家参加由丹青学园学业指导中心举办的模拟期中考试。下面是考试须知。

1. 请将除答题必备工具外的物品放到讲台上，电子设备关机或静音。
2. 请对号入座，并将身份证或校园卡放在桌面左上角。
3. 本场考试持续两个小时，开考后迟到二十分钟及以上不得参加本次考试，考试进行三十分后方能交卷离开。
4. 开考信号发出后方可开始答题，考试终了信息发出后，应立即停止答题，离开考场。
5. 遵守考场纪律。

## 一、选择题（各 3 分）

1. 若  $f(x) = \begin{cases} 2e^x, & x < 0 \\ a + x, & x \geq 0 \end{cases}$  为连续函数，则  $a$  的值为  
(A) 1 (B) 2  
(C) 3 (D) -1
2. 设函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续，则  $f(x)$  在该点处  
(A) 必不可导 (B) 一定可导  
(C) 可能可导 (D) 必无极限
3. 设函数  $f(x)$  在点  $x_0$  的某邻域有定义，则  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导的充要条件是  
(A)  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$  (B)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = 0$   
(C)  $f'_-(x_0) = f'_+(x_0)$  (D) 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续
4. 设  $f(x) = \sin(\cos x)$ ,  $\varphi(x) = \cos(\sin x)$ , 则在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  内  
(A)  $f(x)$  是增函数,  $\varphi(x)$  是减函数 (B)  $f(x), \varphi(x)$  都是减函数  
(C)  $f(x)$  是减函数,  $\varphi(x)$  是增函数 (D)  $f(x), \varphi(x)$  都是增函数

- 5、设  $f(x) = \frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+3e^{\frac{1}{x}}}$ , 则  $x=0$  是  $f(x)$  的  
 (A) 连续点 (B) 可去间断点 ( $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ )  
 (C) 跳跃间断点 ( $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ) (D) 无穷间断点 ( $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ )

- 6、极限  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n} =$   
 (A) 2 (B) 3  
 (C) 1 (D) 5

- 7、设函数  $f(x)$  在点  $x_0$  的某邻域内有定义, 且  $f(x)$  在点  $x_0$  处间断, 则在点  $x_0$  处必定间断的函数为

- (A)  $f(x) \sin x$  (B)  $f(x) + \sin x$   
 (C)  $f^2(x)$  (D)  $|f(x)|$

- 8、函数  $f(x) = x \sin x$

- (A) 在  $(-\infty, +\infty)$  内无界 (B) 在  $(-\infty, +\infty)$  内有界  
 (C) 当  $x \rightarrow \infty$  时为无穷大 (D) 当  $x \rightarrow \infty$  时极限存在

- 9、设  $f(x)$  是偶函数,  $\varphi(x)$  是奇函数, 则下列函数 (假设都有意义) 中, 是奇函数的是

- (A)  $f[\varphi(x)]$  (B)  $f[f(x)]$   
 (C)  $\varphi[f(x)]$  (D)  $\varphi[\varphi(x)]$

- 10、在区间  $[0,8]$  内, 对函数  $f(x) = \sqrt[3]{8x - x^2}$ , 罗尔定理

- (A) 不成立 (B) 成立, 并且  $f'(2) = 0$   
 (C) 成立, 并且  $f'(4) = 0$  (D) 成立, 并且  $f'(8) = 0$

二、填空题 (各 3 分)

- 1、设  $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{当 } |x| < 1 \\ 0, & \text{当 } |x| \geq 1 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} 0, & \text{当 } |x| \leq 2 \\ 1, & \text{当 } |x| > 2 \end{cases}$   
 则  $f(g(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $g(f(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$

- 2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sin 2x} = \underline{\hspace{2cm}}$

- 3、设函数  $y = f(\arctan \sqrt{x})$ , 其中  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  内可导, 则  $dy = \underline{\hspace{2cm}}$

4、 $y = 2x^3 - 3x^2$  的极大值为 \_\_\_\_\_

5、 $x \rightarrow 0$  时,  $1 - \cos x$  是  $x$  的 \_\_\_\_\_ 阶无穷小

6、曲线  $y = x \ln x$  上与直线  $x - y + 1 = 0$  平行的切线方程为 \_\_\_\_\_

7、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + 3\sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}}) =$  \_\_\_\_\_

8、若  $f(x) = \begin{cases} e^x(\sin x + \cos x), & x > 0, \\ 2x + a, & x \leq 0 \end{cases}$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的连续函数,  
则  $a =$  \_\_\_\_\_

9、设  $f(x)$  为可导的偶函数, 且  $f'(x_0) = 5$ , 则  $f'(-x_0) =$  \_\_\_\_\_

10、方程  $x - y + \arctan y = 0$  确定隐函数  $y(x)$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_

### 三、解答题

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$  (6')

2、设函数  $f(x) = \begin{cases} b(1 + \sin x) + a + 2, & x < 0 \\ e^{ax} - 1, & x \geq 0 \end{cases}$ , 确定常数  $a$  与  $b$ , 使  $f(x)$   
在  $x = 0$  处可导, 并求  $f'(x)$  (6')

3、求函数  $y = e^{\frac{x^2}{2}}$  的极值、一阶导数的增减区间及曲线的拐点坐标 (7')

4、证明: 当  $x > 0$  时,  $(x^2 - 1) \ln x \geq (x - 1)^2$  (7')

5、求曲线  $L: y = \frac{1}{4} - x^2$  位于第一象限部分的一条切线, 使该切线与两坐标轴所围成的三角形面积最小 (7')

6、设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导且  $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$ ,  
试证明至少存在一点  $\xi \in (0, 1)$ , 使得  $f'(\xi) = 1$  (7')



up主 丹青学指



学指菌QQ号

因为时间和人力原因我们不能统一批改试卷，大家答题完毕后可把试卷带出考场。试卷分析将在之后发布在丹青学指的官方 QQ 和 B 站账号上，请扫描上方二维码获取。

演草纸:

答题卡:

答题卡:

答题卡: