

2022—2023 学年秋冬学期高数期末模拟考

命题组织: 丹青学园学业指导中心

欢迎大家参加由丹青学园学业指导中心举办的模拟期末考, 考试须知如下:

1. 请将答题必备工具外的物品放到讲台上, 电子设备关机或静音;
2. 请对号入座, 并将身份证或校园卡放在桌面左上角;
3. 本场考试持续两个小时。开考后迟到二十分钟及以上不得参加考试, 考试进行三十分
钟后方可交卷离开考场;
4. 开考信号发出后方可开始答题, 考试终止时间一到, 应立即停止答题, 离开考场;
5. 遵守考场纪律

1. 积分计算

(1). $\int \frac{x^2 dx}{1+x^2}$.

(2). $\int \frac{dx}{1+\cos x}$.

(3). $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.

2.

设 $f(x)$ 为连续正值函数. 证明: 当 $x \geq 0$ 时, 函数

$$\varphi(x) = \frac{\int_0^x tf(t) dt}{\int_0^x f(t) dt}$$

递增.

3. 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 32153 & 32053 \\ 75284 & 75184 \end{vmatrix};$$

4. a 取何值时一下方程组有唯一解? 并求其解

$$\begin{cases} ax + y + z = a - 3 \\ x + ay + z = -2 \\ x + y + az = -2. \end{cases}$$

5. 设 a, b, c, d 四个数满足:

$$a^2 + b^2 = 1, \quad c^2 + d^2 = 1, \quad ac + bd = 0$$

求证二阶矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

的逆矩阵等于它的转置矩阵, 并由此证明

$$a^2 + b^2 = 1, \quad c^2 + d^2 = 1, \quad ac + bd = 0 \quad (1)$$

成立的充分与必要条件是

$$a^2 + c^2 = 1, \quad b^2 + d^2 = 1, \quad ab + cd = 0 \quad (2)$$

6.



用某种方法普查肝癌, 设: $A = \{ \text{检验反映呈阳性} \}$, $C = \{ \text{被检查者确实患有肝癌} \}$, 已知 $P(A|C) = 0.95$, $P(\bar{A}|\bar{C}) = 0.95$ 且 $P(C) = 0.005$ 现有一人用此法检验呈阳性, 求此人真正患有肝癌的概率.