

2021-2022 学年秋冬学期数学分析期中模拟考试

命题、组织：WenKy/丹青学业指导中心

模拟期中考试须知：

欢迎大家参加由丹青学园学业指导中心举办的模拟期中考试。下面是考试须知：

1. 请将除答题必备工具外的物品放到讲台上，电子设备关机或静音。
2. 请对号入座，并将身份证或校园卡放在桌面左上角。
3. 本场考试持续两个小时，开考后迟到二十分钟及以上不得参加本次考试，考试进行三十分钟后方能交卷离场。
4. 开考信号发出后方可开始答题，考试终了信息发出后，应立即停止答题，离开考场。
5. 因提前考试以及教学班进度差异，考试可能出现还没学或者超纲题目，考试范围以老师要求范围为准。

1、计算题 (50')

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} [(n+1)^\alpha - n^\alpha], 0 < \alpha < 1 \dots (10')$
2. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt[3]{x^3+x} - \sqrt[3]{x^3-x}) \dots (10')$
3. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x^2} - \frac{\cot x}{x}) \dots (10')$
4. $x_1 \in (0, \frac{\pi}{2}), x_{n+1} = \sin x_n$. 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \sin x_n \dots (20')$

2、证明题 (50')

1. 证明导数极限定理: 设函数 f 在点 x_0 的某邻域 $U(x_0)$ 上连续, 在 $\dot{U}(x_0)$ 上可导, 则 f 在点 x_0 可导, 且 $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) \dots (15')$
2. 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, (a, b) 上二阶可导。
证明: $\exists \xi \in (a, b)$. s.t. $f(b) - 2f(\frac{a+b}{2}) + f(a) = \frac{(b-a)^2}{4} f''(\xi) \dots (15')$
3. 设 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 连续, 且 $\forall h > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} f(nh)$ 存在。
则 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上一致连续 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 存在 $\dots (20')$



图 1:

因为时间和人力原因我们不能统一批改试卷，大家答题完毕后可把试卷带出考场。试卷分析将在之后发布在丹青学指的官方 QQ 和 B 站账号上，请扫描上方二维码获取。

演算纸：

答题卡:

答题卡:

答题卡: