

2021-2022 学年秋冬学期线性代数期中模拟考试

命题、组织：丹青学业指导中心

模拟期中考试考试须知：

欢迎大家参加由丹青学园学业指导中心举办的模拟期中考试。下面是考试须知。

1. 请将除答题必备工具外的物品放到讲台上，电子设备关机或静音。
2. 请对号入座，并将身份证或校园卡放在桌面左上角。
3. 本场考试持续两个小时，开考后迟到二十分钟及以上不得参加本次考试，考试进行三十分钟后方能交卷离开。
4. 开考信号发出后方可开始答题，考试终了信息发出后，应立即停止答题，离开考场。
5. 遵守考场纪律。
6. 因提前考试以及教学班进度差异，考试可能出现还没学或者超纲题目，考试范围以老师要求范围为准。

一、计算下列行列式：(每小题10')

(1)

$$\begin{vmatrix} x_1 & a_1b_2 & a_1b_3 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & x_2 & a_2b_3 & \cdots & a_2b_n \\ a_3b_1 & a_3b_2 & x_3 & \cdots & a_3b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_nb_1 & a_nb_2 & a_nb_3 & \cdots & x_n \end{vmatrix}$$

(2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 1 & a_{12} & 1 & \cdots & a_{1n} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ a_{21} & x_1 & a_{22} & x_2 & \cdots & a_{2n} & x_n \\ x_1 & 0 & x_2 & 0 & \cdots & x_n & 0 \\ a_{31} & x_1^2 & a_{32} & x_2^2 & \cdots & a_{3n} & x_n^2 \\ x_1^2 & 0 & x_2^2 & 0 & \cdots & x_n^2 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & x_1^{n-1} & a_{n2} & x_2^{n-1} & \cdots & a_{nn} & x_n^{n-1} \\ x_1^{n-1} & 0 & x_2^{n-1} & 0 & \cdots & x_n^{n-1} & 0 \end{vmatrix}$$

二、研究下列方程组并求依赖于参数 λ 的通解 (10')

$$\begin{aligned}5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 3 \\4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 &= 1 \\8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 &= 9 \\7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 &= \lambda.\end{aligned}$$

三、证明：两个矩阵的秩不大于它们的秩的和 (15')

四、如果 $AB=BA$ ，则称 A 和 B 是可换的。证明： A 和所有同阶矩阵可换的充要条件是 $A=cE$ ，这里 E 是单位矩阵， c 是常数 (15')

五、如果 $A + A^T = 0$ ，则称 A 为反对称矩阵。证明：反对称矩阵的秩是偶数。提示：先考虑满秩的情况 (20')

六、令 M 是行列式 D 的 m 阶子式， A 是 M 的代数余子式， M' 是转置伴随行列式（伴随矩阵的转置） D' 的、与 M 相对应的子式（即由行列式 D 的含于 M 中的元素的代数余子式按原位置排列得到的子式）。证明：

$$M' = D^{m-1}A.$$

$m=n$ 时，即为课本定理“伴随矩阵行列式等于原行列式 $N-1$ 次方”的推广。提示：首先考虑 M 位于左上角的情况 (20')



up主 丹青学指



学指菌QQ号

因为时间和人力原因我们不能统一批改试卷，大家答题完毕后可把试卷带出考场。试卷分析将在之后发布在丹青学指的官方QQ和B站账号上，请扫描上方二维码获取。

演草纸:

答题卡:

答题卡:

答题卡: